

GRAVEDAD CUÁNTICA DE LAZOS: ORIGEN, EVOLUCIÓN Y PROBLEMAS ACTUALES

Rodolfo Gambini

Instituto de Física, Facultad de Ciencias, Iguá 4225, Montevideo, Uruguay
E-mail: rgambini@fisica.edu.uy

Resumen

En este trabajo analizo las razones físicas que conducen a plantear la búsqueda de una teoría cuántica de la gravedad. Menciono mis contribuciones al tema desde principios de los 80, en particular con relación al descubrimiento del grupo de lazos, y la representación de lazos de las teorías de campo. Estas técnicas resultaron aplicables al problema de la cuantización de la gravedad dando lugar a la llamada gravedad cuántica de lazos. Analizo las principales características de esta descripción cuántica del espacio tiempo, discuto alguno de sus resultados más atractivos y menciono sus problemas y puntos débiles.

Palabras clave: Gravedad, Cuantización, Campos de calibre

Abstract

Quantum gravity of loops: Origin, evolution and present problems. In this work I start by discussing the physical reasons that lead to search a quantum theory of gravity. I mention some of my contributions to this subject, in particular the discovery of the group of loops and the loop representation of gauge field theories. These techniques turned out to be applicable to the quantization of gravity helping to lead to the approach that is now known as loop quantum gravity.

Key words: Gravity, Quantization, Field theory, Gauge theory

I. Introducción

A pesar de los notables desarrollos de la física en el siglo veinte, carecemos aún de una descripción consistente y unificada de todos los fenómenos físicos. Básicamente tenemos dos teorías fundamentales: la teoría general de la relatividad que describe los fenómenos de gran escala y la mecánica cuántica que explica los fenómenos a escala microscópica. Juntas describen la gran mayoría de los fenómenos conocidos, desde la escala atómica y molecular a las distancias astronómicas y cosmológicas. Átomos, núcleos, partículas elementales, materia condensada, láseres, semiconductores, o superfluidos son descritos por la me-

cánica cuántica. Estrellas, agujeros negros y el Universo en su conjunto son tratados por la relatividad general, que contiene como aproximación a la mecánica newtoniana que usamos para estudiar buena parte de los fenómenos de escala intermedia. Carecemos sin embargo de una visión consistente que abarque ambos tipos de fenómenos en una teoría única. Además, existen sistemas como los agujeros negros cerca de la singularidad o el Universo en sus primeros instantes luego de la gran explosión inicial para los cuales no disponemos de descripción alguna. La búsqueda de la gravedad cuántica es por lo tanto una búsqueda de consistencia y completitud.

Todas las teorías existentes son incompletas y presentan signos de inconsistencias internas. Sólo son adecuadas para tratar cierto tipo de fenómenos físicos. Veamos algunos ejemplos:

a) La teoría de la relatividad especial presenta una visión unificada de los fenómenos electromagnéticos y mecánicos, pero cuando involucra pequeñas distancias o grandes masas presenta importantes dificultades. Por ejemplo, si uno considera una partícula cargada aislada y calcula su energía electromagnética obtiene un valor infinito.

Además, la interacción de una partícula puntual con su propio campo no está bien definida debido a la existencia de cantidades divergentes, por lo que presenta un comportamiento patológico en sus ecuaciones de movimiento llamado usualmente el "runaway". Estas divergencias deben tomarse como signo de que hemos extrapolado la teoría más allá de su rango de validez. En primer lugar, partículas puntuales necesitan ser tratadas mecánicamente cuánticamente, en segundo lugar los ejemplos involucran densidades de energía muy grandes y masas confinadas en regiones muy pequeñas por lo que la relatividad general también introducirá correcciones.

b) Uno de los logros más importantes de la física del siglo veinte es la unificación de la relatividad especial y la mecánica cuántica. La teoría resultante llamada teoría cuántica de campos describe la mayor parte de los fenómenos conocidos que involucran altas energías. La misma no está, sin embargo, libre de inconsistencias. Nuevamente ellas se manifiestan en la presencia de infinitos. La teoría cuántica de campos se describe en términos de operadores cuánticos distribucionales y conduce a dificultades cada vez que uno debe considerar campos en interacción debido a la presencia de productos de operadores distribucionales asociados a un mismo punto del espacio. Ello conduce a divergencias en varias cantidades de interés físico. Aunque en muchos casos, cuando las teorías son renormalizables, estos infinitos se pueden extraer y se pueden derivar predicciones físicas no ambiguas de las mismas; las teorías de campo están, en la mayor parte de los casos de interés, matemáticamente mal definidas y sólo son susceptibles a tratamientos perturbativos en términos de series asintóticas que no convergen. La fuente fundamental de las divergencias es producto de una idealización necesaria para simplificar el tratamiento: la que supone que los campos dependen de un continuo de puntos identificados por números reales. Es la descripción continua del espacio la que resulta inadecuada y hace necesario incluir a la relatividad general, que trata el espacio-tiempo dinámi-

camente si se desea tener la esperanza de eliminar estas divergencias. Nuevamente uno es conducido a considerar una teoría que incluya a la relatividad general y a los campos cuánticos, es decir la gravedad cuántica.

c) Finalmente la relatividad general, considerada por muchos como la más bella de las teorías físicas, proporciona un marco común para el tratamiento de todos los fenómenos clásicos, mecánicos, electromagnéticos y gravitacionales. Describe por lo tanto la dinámica de cualquier distribución autogravitante de campos y materia. Como en los ejemplos anteriores la teoría muestra signos de ser incompleta, los mismos se manifiestan en la aparición de infinitos y singularidades. En efecto, se puede probar que distribuciones muy generales de materia y campos desarrollan singularidades en su evolución debido a su atracción gravitacional. Las mismas se manifiestan en la aparición de regiones del espacio-tiempo con curvaturas infinitas. Los agujeros negros son típicos ejemplos de este tipo de situación. Aunque ellos existen en la naturaleza, sabemos que la descripción proporcionada por la relatividad general deja de ser válida muy cerca del punto central en que la curvatura adquiere valores arbitrariamente grandes. Cuando la curvatura supera al inverso al cuadrado de la longitud Planck, se necesitan incluir efectos cuánticos. La longitud Planck dada en términos de las tres constantes fundamentales de la física por $l_p = \sqrt{\hbar G / c^3} \approx 10^{-33} \text{ cm}$, donde c es la velocidad de la luz, G la constante de gravitación universal, y $\hbar$ la constante de Planck, caracteriza las distancias donde la gravedad cuántica se vuelve relevante.

Resumiendo, todas las teorías existentes son incompletas. Aparecen inconsistencias cuando uno trata de aplicarlas fuera de su rango de validez. Sólo una teoría cuántica de la gravedad podría describir todos los sistemas físicos imaginables, no importa el valor de su velocidad, tamaño, masa o cualquier otra magnitud física. Esta es sin duda la razón principal para la búsqueda de una teoría cuántica de la gravedad. Como ha sido el caso en cada uno de los procesos previos de unificación, la gravedad cuántica transformará, sin dudas radicalmente, nuestra visión del mundo y conducirá a predicciones inesperadas.

Existen dos enfoques principales para cuantizar la gravedad; el primero, asociado a las llamadas supercuerdas; el segundo, basado en los trabajos de Dirac, Bergmann y De Witt de principios de los sesenta, conocido como gravedad cuántica canónica. Luego de un periodo de estancamiento este enfoque tuvo avances importantes durante los ochenta debido a los dos desarrollos

siguientes: a) la reformulación, debida a Abhay Ashtekar [1], de la relatividad general en términos de un nuevo conjunto de variables que permite describir a la gravedad en el mismo lenguaje utilizado para las otras interacciones fundamentales, y b) nuestro desarrollo de una descripción no perturbativa y geométrica de las interacciones fundamentales en términos de lazos [6]. Las técnicas de lazos fueron aplicadas por Carlo Rovelli y Lee Smolin [13] al problema de la cuantización de la gravedad y condujeron a la creación de una nueva y muy activa área de investigación; la gravedad cuántica de lazos. En las secciones siguientes describiré brevemente algunas de mis contribuciones a este tema desde comienzos de los ochenta a nuestros días.

II. El grupo de lazos

A comienzos de los ochenta, observamos que existía una relación geométrica entre las teorías de calibre (gauge) y el grupo de lazos. Las teorías de calibre describen todas las interacciones fundamentales de la física. Ellas requieren utilizar descripciones con cierto grado de redundancia para incluir a las simetrías del sistema. El conocimiento de las condiciones iniciales de un sistema de calibre no permite determinar en forma única su evolución. En general, cuando evolucionamos obtendremos un conjunto de descripciones equivalentes relacionadas por las simetrías del problema. Se puede pensar que el origen de la ambigüedad de las teorías de calibre reside en la libertad que tenemos para describir el sistema desde diferentes ángulos o perspectivas.

Las teorías de calibre dependen, por consiguiente, de un conjunto de funciones arbitrarias. Dos descripciones equivalentes difieren por los valores de esas funciones. Más específicamente se puede pensar que los campos materiales físicos se describen como cantidades vectoriales y las transformaciones de calibre corresponden a rotaciones locales de los sistemas de referencia respecto de los cuales medimos las componentes de los vectores de campo en cada punto del espacio. Por consiguiente, se puede considerar a las transformaciones de calibre como transformaciones de las coordenadas internas utilizadas para distinguir los puntos del espacio de simetrías de los campos. Las teorías de Yang-Mills son una clase particular de teoría de campos de calibre. Ellas representan a tres de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza: la electromagnética, la débil y la fuerte. Las variables básicas de una teoría de Yang Mills son las llamadas conexiones. Las conexiones permiten determinar las orientaciones relativas de sistemas de referencia en puntos

próximos de la variedad, o lo que es equivalente determinar las componentes del vector transportado paralelo de uno dado. Conocida la conexión es posible determinar la derivada de un campo en forma covariante comparando las componentes del campo en un punto con las resultantes de transportar paralelamente el campo desde un punto próximo haciendo uso de la conexión.

Si uno desea tener una descripción libre de ambigüedades de calibre para un campo material, es necesario incorporar en la definición del campo la información acerca del sistema de referencia que será utilizado. Para ello uno puede definir campos dependientes de un camino abierto que parten de un punto fijo que tomamos como origen y llegan al punto en que uno desea evaluar el campo. El sistema de referencia queda especificado como el transportado paralelamente a lo largo del camino del sistema dado en el origen. Si bien los campos así definidos son independientes de calibre dependen de un camino abierto γ_o^* . El cambio de sistema de referencia entre campos asociados a dos caminos abiertos, γ_o^* y $\gamma_o'^*$ diferentes, está dado por una transformación lineal asociada al camino cerrado obtenido recorriendo primero γ' y luego γ en sentido inverso. Dicha transformación lineal asociada a caminos cerrados es conocida como la *holonomía*. Ella está dada por la transformación lineal que conecta un vector en o al principio del recorrido cerrado con su transportado paralelo a lo largo del camino cerrado hasta volver a o . El conocimiento de la holonomía para toda curva cerrada con origen o permite determinar la conexión y la curvatura en todo punto del espacio, a menos de transformaciones de calibre. Una propiedad muy importante de las holonomías es su invariancia bajo transformaciones de calibre que se reducen a la identidad en el origen. Estas propiedades permiten representar toda la información acerca de la teoría en cuestión en forma invariante de calibre mediante la holonomía.

En 1980, nosotros notamos [6] que las holonomías pueden darse sin hacer referencia alguna a las conexiones. La observación básica es que los recorridos cerrados pueden dotarse de una estructura de grupo realizando ciertas identificaciones entre curvas cerradas que difieren por caminos de ida y vuelta como se representa en la figura. Las clases de equivalencia entre curvas cerradas bajo esta identificación se llaman *lazos*, en inglés *loops*.

Las holonomías en este esquema aparecen como representaciones del grupo de lazos mediante transformaciones lineales asociadas al grupo de Lie de la teoría de calibre en estudio. El

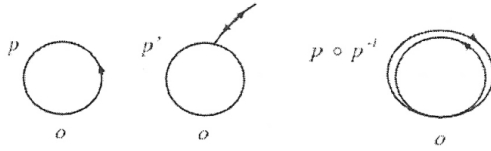


Fig. 1. Las curvas orientadas p y p' pertenecen a la misma clase de equivalencia y definen el mismo lazo. La inversa de un lazo está dada por el lazo recorrido en el sentido opuesto.

grupo de lazos es la estructura geométrica subyacente a las teorías de campos de calibre clásicas y cuánticas. En particular, las funciones de onda de las teorías de campos cuánticos de calibre son funciones de lazo. Los operadores asociados a la conexión y la curvatura de la teoría de calibre se pueden representar por deformaciones infinitesimales de los lazos, llamadas derivadas de lazo [5]. Todas las propiedades diferenciales de estos operadores resultan de su comportamiento como generadores infinitesimales del grupo de lazos.

También es posible introducir una noción de integración en el espacio de lazos. Durante los ochenta desarrollamos un cálculo de lazos y lo aplicamos al estudio de las teorías de Yang Mills. En nuestro libro *“Loops, Knots, Gauge Theories and Quantum Gravity”* publicado por Cambridge University Press, [9] se puede encontrar una discusión detallada del cálculo de lazos y de sus aplicaciones. En la próxima sección analizaré el rol que juegan estas ideas en la cuantización de los campos de Yang Mills, ya que esos desarrollos tuvieron gran influencia en las formulaciones posteriores de la gravedad cuántica.

III. La representación de lazos de las teorías de calibre

Los estados de una teoría cuántica de campos son funcionales de los campos. Ellos permiten asignar probabilidades a ciertas configuraciones de los campos. En el caso de las teorías de campos de Yang Mills, las funciones de onda dependen de las conexiones.

Los estados no pueden depender de la elección particular de calibre que se haga para las conexiones, lo que implica que ellos satisfacen ciertas restricciones llamadas vínculos. Por analogía a la más simple de las teorías de Yang Mills, el electromagnetismo, la restricción es conocida como el vínculo de Gauss. En el vacío, es decir cuando no hay campos materiales este vínculo establece que las líneas de campo eléctrico son cerradas.

La idea central de la representación de lazos es aprovechar el comportamiento particular-

mente sencillo de las holonomías bajo cambios de calibre para definir funciones de onda invariantes de calibre, es decir soluciones del vínculo de Gauss, en las teorías de Yang Mills.

En 1980 propusimos dicha representación [5] y la aplicamos al tratamiento de los campos de Maxwell, y en 1986 la extendimos a los campos de Yang Mills no abelianos [7]. Específicamente la idea de la representación de lazos es escribir a las funciones de onda dependientes de conexión como combinaciones lineales de ciertos objetos construidos a partir de las holonomías llamados funcionales de lazo de Wilson.

Los funcionales de Wilson son simplemente trazas de las holonomías y su propiedad esencial es ser invariantes bajo transformaciones arbitrarias de calibre. Conocidos dichos funcionales para todo lazo es posible construir a partir de ellos las conexiones a menos de transformaciones de calibre. Si denotamos a las conexiones por A y a los lazos por γ los funcionales de Wilson se representan por $W_A(\gamma)$, se cumple para cualquier función de las conexiones invariante de calibre:

$$\Psi[A] = \sum_n \sum_{\gamma_1 \dots \gamma_n} \Psi(\gamma_1 \dots \gamma_n) W_A(\gamma_1) \dots W_A(\gamma_n).$$

Relación que muestra que los funcionales de Wilson y sus productos forman una base del espacio lineal de los funcionales de las conexiones que son invariantes bajo transformaciones de calibre. Más precisamente, los funcionales de Wilson forman una base sobre-completa de dicho espacio: ciertas combinaciones lineales de productos de funcionales de Wilson se anulan. La forma específica de esas combinaciones y el número de lazos independientes requeridos depende del grupo de simetrías de la teoría de campos considerada. Los elementos de la base de lazos están dados por estados identificados por $|\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_n\rangle$ cuyo producto con los estados de la base de conexiones $|A\rangle$ está dado por $\langle A | \gamma_1, \dots \gamma_n \rangle = W_A(\gamma_1) \dots W_A(\gamma_n)$.

Se puede por consiguiente trabajar definiendo los observables cuánticos de la teoría de calibre como operadores que actúan geométricamente en el espacio de funciones de lazos. Todas las magnitudes invariantes de calibre pueden ser promovidas a operadores bien definidos en el espacio de funciones de lazos. Estos operadores admiten interpretaciones geométricas sencillas, introduciendo deformaciones de los lazos, agregando lazos o cambiando sus orientaciones.

Por ejemplo, en el caso de una teoría de Yang Mills asociada al grupo $SU(2)$ [7] la dinámica es gobernada por una ecuación de Schrödinger, cuya función de onda $\psi(\gamma)$ depende de un solo

lazo y cuyas soluciones contienen toda la información no perturbativa de la teoría de campos. Cuando además de los campos de calibre se desea incluir en la teoría a los campos materiales: electrones o quarks, es necesario introducir caminos abiertos [8]. Los mesones y protones resultan en este caso ser las excitaciones naturales asociadas a los invariantes de calibre que se pueden construir con lazos y caminos abiertos. Los invariantes de calibre que generalizan a los funcionales de Wilson se obtienen considerando holonomías asociadas a caminos abiertos con espinores materiales en sus extremos.

Como es de esperar en una teoría de campos, el Hamiltoniano es singular y necesita ser regularizado y renormalizado. Uno puede proceder siguiendo dos posibles alternativas: o bien uno describe la teoría en un retículo, lo que permite preservar exactamente la invariancia de calibre y la formulación de lazos sigue siendo válida, o bien uno regulariza y renormaliza orden por orden en teoría de perturbaciones.

Lo ideal sería tener una teoría de lazos renormalizada en el continuo; pero la esperanza de tener una descripción no perturbativa de la teoría continua resultó ser demasiado ambiciosa, ya que las ideas de renormalización son esencialmente perturbativas. Se requiere un ingrediente adicional para tener un tratamiento finito y no perturbativo de las teorías de calibre, la introducción de la gravedad, que asegura la existencia de una estructura discreta natural a escala Planck del espacio tiempo que altera radicalmente, para esas escalas, la forma usual de las teorías de campo en espacios continuos.

IV) Gravedad Cuántica de Lazos

A mediados de los ochenta Abhay Ashtekar [1] introdujo un nuevo conjunto de variables que permite describir la relatividad general en el lenguaje de las teorías de Yang-Mills, con el grupo de Lorentz como grupo de calibre. Gracias a esa formulación las técnicas de lazos pudieron ser aplicadas para estudiar el campo gravitacional conduciendo a lo que se conoce como la Gravedad Cuántica de Lazos. La inclusión de la gravedad introduce nuevas invariancias de calibre, asociadas a la covariancia bajo cambios de coordenadas de la teoría de la relatividad general.

Aparecen por lo tanto nuevos vínculos que se suman al vínculo de Gauss de las teorías de Yang-Mills usuales: el vínculo de difeomorfismos asociado a cambios de coordenadas espaciales y el llamado vínculo Hamiltoniano asociado a cambios de coordenadas temporales. La relatividad general en términos de las variables de

Ashtekar tiene por consiguiente tres tipos de invariancias y de vínculos [9].

La dinámica de la relatividad general está totalmente contenida en sus vínculos y la evolución puede interpretarse en ese caso como una transformación de coordenadas.

La variables dinámicas evolucionan en forma relacional, uno puede describir como cambian ciertas variables cuando otras que funcionan como relojes toman diferentes valores. Esta descripción relacional es invariante de calibre y puede asociarse a magnitudes que conmutan con los vínculos de la teoría y dejan invariante el espacio de los estados de la teoría que satisfacen todos los vínculos. La determinación de ese espacio de estados, llamado el espacio físico, y la definición de los operadores cuánticos asociados a las magnitudes físicas invariantes es el problema principal de la gravedad cuántica. La invariancia bajo transformaciones de Lorentz locales se impone mediante el vínculo de Gauss, que se satisface idénticamente en la representación de lazos. La idea es expresar como en el caso de las otras teorías de Yang-Mills las funciones de onda en términos de combinaciones lineales de productos de funcionales de Wilson. La aplicación de la representación de lazos a la relatividad general fue desarrollada por primera vez por Carlo Rovelli y Lee Smolin en 1990 [13]. Recordemos que en la representación de lazos las funciones de onda dependen de caminos cerrados. Es por consiguiente muy simple resolver al vínculo de difeomorfismos espaciales cuyo efecto es imponer que las funciones de onda sean invariantes bajo cambios generales de coordenadas: las soluciones son simplemente funciones de clases de equivalencia de lazos bajo deformaciones arbitrarias, es decir funciones de nudo.

Como ya hemos mencionado, la base de lazos es altamente redundante (sobre-completa). Es posible eliminar buena parte de esa redundancia introduciendo una base de invariantes calibre alternativa a los funcionales de lazo de Wilson: los funcionales de redes de espines, (spin-networks) [14]. Una red de espines es un grafo Γ compuesto por líneas que parten o finalizan en vértices de cualquier valencia. Asociado a cada línea el funcional de Wilson lleva una representación matricial de la holonomía y los vértices llevan tensores invariantes que se contraen con los índices libres de las matrices asociadas a las holonomías. En el caso de gravedad pura las conexiones son elementos del álgebra de $su(2)$ y sus correspondientes holonomías son elementos del grupo $SU(2)$, por lo que las representaciones son identificadas por un número semi-entero j .

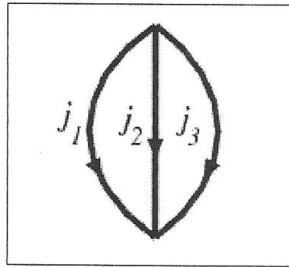


Fig. 2. Una red de espines de Wilson formada por tres líneas, asociadas a representaciones de las holonomías con j_1, j_2, j_3 y símbolos $3j$ en los vértices de valencia tres.

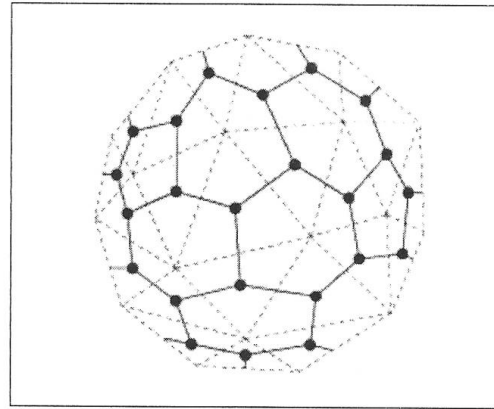


Fig. 3. Aquí se representa una red de espines con vértices trivalentes para un espacio bidimensional cerrado. Cada vértice está asociado a un bloque triangular bidimensional cuyos bordes, que representamos con líneas punteadas, tienen una longitud que depende de la representación j de la línea llena que lo atraviesa.

Los tensores invariantes asociados a los vértices, se escriben en este caso en términos de coeficientes de Clebsch Gordan del grupo de rotaciones. En la Figura 2 mostramos un ejemplo simple de red de espines. Denotamos a los elementos de la base de redes de espines por $|s\rangle$; el funcional de Wilson asociado a la red de espines s para una conexión A está dado por $\langle A | s \rangle = W_A(s)$. Se puede probar [2] que existe una medida de integración en el espacio de conexiones, y por consiguiente un producto interno en dicho espacio, tal que dos redes de espines con diferente grafo o diferentes representaciones en alguna línea son ortogonales. Considerando las clases de equivalencia de redes de espines bajo cambios generales de coordenadas espaciales se obtienen los llamados nudos de espines. La medida de integración se puede extender al espacio de nudos y conduce a que dos nudos de espines no conectados por una deformación son ortogonales.

Las redes de espines pueden interpretarse geoméricamente en forma muy simple. Ellas llevan información geométrica sobre el espacio a nivel microscópico. El espacio está compuesto por bloques o ladrillos elementales. Cada bloque tiene cierto volumen y está asociado a un vértice de la red. Conocido el vértice y las representaciones de las líneas que llegan al mismo queda determinado su volumen en unidades Planck. El área de la superficie que limita cada bloque queda determinada por las líneas que salen del correspondiente vértice. Los nudos de espines caracterizan en forma invariante de coordenadas la geometría del espacio.

La estructura discreta del espacio-tiempo, y por consiguiente de magnitudes como el área o el volumen, ha conducido a varias aplicaciones de la teoría. Muchas aplicaciones están vinculadas a efectos cosmológicos y a la física de los agu-

jeros negros. Por ejemplo, la posibilidad de calcular la entropía de los agujeros negros a partir de consideraciones estadísticas o el estudio de la alteración de la evolución de las cosmologías homogéneas cerca de la singularidad, con la consiguiente posibilidad de eliminar los infinitos que aparecen en la teoría clásica. En el libro de Carlo Rovelli publicado recientemente[15] se puede encontrar una revisión actualizada de estas aplicaciones. Aunque estos fenómenos están muy lejos de las capacidades experimentales actuales para su verificación, existen otros que sorprendentemente pueden conducir a efectos astrofísicos observables.

En efecto, en 1999 [10] con Jorge Pullin observamos que el presente conocimiento de la dinámica de la gravedad cuántica no permite descartar situaciones en que se produce una pequeña ruptura de la invariancia Lorentz inducida por la estructura discreta del espacio.

Si ese fuera el caso, probamos que se alteraría la propagación de la luz en el vacío. Más concretamente, de existir violación de paridad en la estructura microscópica del espacio, se produciría un efecto de birrefringencia que conduciría a una velocidad de la luz en el vacío dependiente de su polarización circular $c_{\pm} = c(1 \pm \hbar l_{\text{Planck}}/\lambda)$, donde λ es la longitud de onda de la luz y $\hbar$ una constante adimensional de orden uno. Si no exis-

ten violaciones de la paridad se puede ver que no habrían correcciones a la velocidad de la luz de primer orden en $l_{\text{Planck}}/\lambda$. En pocos años ha sido posible comprobar que esta predicción era verificable y en una secuencia de publicaciones en Nature [12] una cota de orden 10^{-14} fue establecida para k .

La dinámica de la relatividad general de Einstein está contenida en el llamado vínculo hamiltoniano asociado a los difeomorfismos temporales. El uso de nudos de espines permite resolver seis de los siete vínculos por punto de la relatividad general en las variables de Ashtekar. Sólo queda por conseguir por estudiar las soluciones del vínculo escalar o hamiltoniano. En los noventa probamos que esas soluciones están relacionadas con los polinomios de Jones [3] y los invariantes de Vassiliev [4], mostrando de esta manera que existe una relación muy atractiva entre la dinámica de la gravedad cuántica y la teoría topológica de invariantes que clasifican los nudos.

Un resultado importante en gravedad cuántica de lazos es la existencia de una definición libre de divergencias para el vínculo hamiltoniano en el espacio de nudos de espines [16]. También es posible definir hamiltonianos para la gravedad acoplada con materia que están libres de singularidades. Estos resultados, junto con los estudios cosmológicos, muestran que las singularidades de la relatividad general y la teoría cuántica de campos pueden resultar eliminables en gravedad de lazos.

Sin embargo, la formulación aún presenta importantes dificultades y dista de estar completa. En primer lugar, existen ambigüedades en la definición del vínculo hamiltoniano y por consiguiente del espacio físico de la relatividad general. Los vínculos hasta ahora definidos parecen restringir demasiado poco el espacio físico que contiene muchas soluciones que no satisfacen las ecuaciones de Einstein en un régimen semi-clásico. Tampoco se sabe cómo definir el producto interno en dicho espacio. Se puede considerar por lo tanto que, si bien se dispone de una descripción cinemática muy atractiva y sugerente, aun no se ha logrado definir la dinámica correcta de la gravedad cuántica.

En colaboración con Jorge Pullin, nos hemos dedicado en los últimos años a desarrollar un nuevo enfoque de la dinámica de la relatividad general en que tanto el tiempo como el espacio son discretos [11]. Este enfoque parece conducir a una nueva comprensión de ciertos problemas clásicos de la gravedad cuántica, como el problema del tiempo y el destino de las singularidades. Un importante resultado es el descubrimiento de

un efecto de decoherencia fundamental debida a la pérdida de unitariedad en la evolución cuando esta es descrita en términos de relojes reales y no de un parámetro ideal tratado como clásico y externo al problema.

Resumiendo, la gravedad cuántica de lazos proporciona una nueva perspectiva del espacio y el tiempo a escala microscópica, pero por el momento es una teoría en construcción. En ese sentido aún enfrenta dos grandes problemas: 1) encontrar una descripción dinámica satisfactoria y en particular resolver el problema del tiempo; 2) la unificación de todas las fuerzas en términos de lazos. En este último punto el enfoque de lazos aún está muy lejos de abrir las posibilidades que parece aportar la teoría de cuerdas. Si bien es posible que los dos enfoques estén relacionados y sean de alguna manera complementarios, como los resultados actuales lo sugieren, no se ha podido encontrar evidencia convincente de esta relación.

Referencias

- [1] A. Ashtekar, *Phys. Rev. Lett.* 57, 2244 (1986); *Phys. Rev. D* 36, 1587 (1987).
- [2] A. Ashtekar, J. Lewandowski, *J. Math. Phys.* 36, 2170 (1995).
- [3] B. Bruegmann, R. Gambini, J. Pullin, *Nucl. Phys.* B385, 587 (1992).
- [4] C. Di Bartolo, R. Gambini, J. Griego, J. Pullin, *Class. Quant. Grav.* 17, 3239 (2000).
- [5] R. Gambini, A. Trias, *Phys. Rev. D* 22, 1380 (1980).
- [6] R. Gambini, A. Trias, *Phys. Rev. D* 23, 553 (1981).
- [7] R. Gambini, A. Trias, *Nucl. Phys.* B278, 436 (1986).
- [8] R. Gambini, H. Fort, *Phys. Rev. D* 44, 1257 (1991).
- [9] R. Gambini, J. Pullin, "Loops, Knots, Gauge Theories and Quantum Gravity" Cambridge Monographs on Mathematical Physics, Cambridge University Press, Cambridge 1996.
- [10] R. Gambini, J. Pullin, *Phys. Rev. D* 59, 124021 (1999).
- [11] R. Gambini, J. Pullin, *Phys. Rev. Lett.* 90, 021301 (2003).
- [12] T. Jacobson, S. Liberati, D. Mattingly, *Nature* 424, 1019 (2003); I. Mitrofanov, *Nature* 426, 139 (2003).
- [13] C. Rovelli, Lee Smolin, *Phys. Rev. Lett.* 61, 1155 (1988); *Nucl. Phys.* B331, 80 (1990).
- [14] C. Rovelli, Lee Smolin, *Phys. Rev. D* 52, 5743 (1995).
- [15] C. Rovelli, *Loop Quantum Gravity* Cambridge Monographs on Mathematical Physics, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- [16] T. Thiemann *Class. Quant. Grav.* 15, 839 (1998).

Manuscrito recibido y aceptado en marzo de 2006.